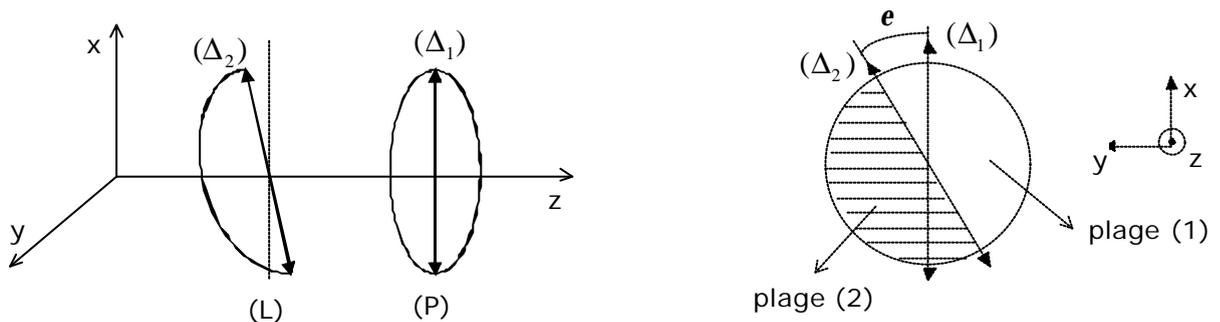


-EXERCICE 30bis.1-

• **ENONCE :** « Analyseur à pénombre »

- 1) Rappeler l'action d'une lame demi-onde sur une lumière polarisée rectilignement ; faire un schéma où figurent les champs électriques incident \vec{E}_i et transmis \vec{E}_t , et exprimer les composantes de ces champs. Quels sont les cas particuliers ?
- 2) Un simple polariseur (utilisé en « analyseur ») ne permet pas de distinguer une lumière « naturelle » d'une lumière polarisée circulairement ; expliquer pourquoi, et proposer un montage permettant de le faire, en utilisant une lame quart-d'onde et un polariseur.
- 3) De manière générale, un simple analyseur ne permet pas d'apprécier très précisément les passages de l'éclairement par un extremum, ceci étant lié à des observations *successives*, et donc à la *mémoire* de l'expérimentateur. On peut améliorer la précision de la détermination d'une polarisation en utilisant un « **analyseur à pénombre** », dont voici le principe :



- (L) représente une **lame demi-onde** en forme de demi-disque, alors que (P) est un polariseur en forme de disque de même rayon : la lame et le polariseur sont accolés.
- L'axe optique (Δ_2) de la lame fait un angle e **fixé** avec la direction de polarisation (Δ_1) de (P) : par construction, e est **petit** mais non nul (en pratique, e peut être ajustable).
- L'absorption de (L) et de (P) est négligée.
- L'ensemble est éclairé par un faisceau lumineux parallèle à l'axe Oz : une moitié du faisceau (celle qui éclaire la plage (1)) ne traverse donc que le polariseur, l'autre moitié (celle qui éclaire la plage (2)) traversant la lame **et** le polariseur.
- L'onde incidente est polarisée **rectilignement**, la direction du champ électrique (d'amplitude E_0) faisant un angle a avec l'axe Ox (a peut varier, par rotation de l'axe Ox autour de l'axe Oz).

- 3.1) Donner les expressions des amplitudes E_1 et E_2 des champs respectivement transmis par les plages (1) et (2).
- 3.2) Pour un angle non orienté $a \in [0, p/2]$, montrer que l'égalité de l'éclairement des deux plages correspond à deux relations entre a et e .
- 3.3) On peut constater (et justifier) que la sensibilité du dispositif (variation de l'éclairement pour une variation donnée de l'angle a) est meilleure lorsque les deux plages sont **faiblement** éclairées : en déduire la relation



EXERCICE D' ORAL

finalement obtenue entre \mathbf{a} et \mathbf{e} . Quel est alors le lien géométrique simple entre la direction de polarisation du champ incident et l'axe (Δ_2), axe qui peut être matérialisé sur l'analyseur à pénombre ? Quel est l'avantage de ce dispositif sur l'analyseur simple ?

• **CORRIGE** : « Analyseur à pénombre »

1) Considérons une lame demi-onde d'axe optique (Δ) parallèle à l'axe Ox (le repère Oxyz est celui de la question 3) de l'énoncé) ; pour un champ électrique incident polarisé rectilignement et faisant un angle a avec Ox, on peut écrire :

$$\vec{E}_i = E_0 \cos a \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x + E_0 \sin a \cos(\omega t - kz) \vec{e}_y$$

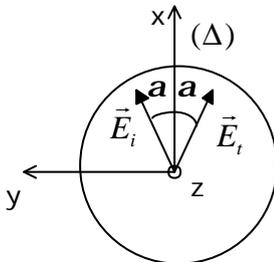
• La lame demi-onde va déphaser d'un angle p une composante par rapport à l'autre ; il vient :

$$\vec{E}_t = E_0 \cos a \cos(\omega t - kz + j) \vec{e}_x + E_0 \sin a \cos(\omega t - kz + j + p) \vec{e}_y$$

$$\Rightarrow \vec{E}_t = E_0 \cos a \cos(\omega t - kz + j) \vec{e}_x - E_0 \sin a \cos(\omega t - kz + j) \vec{e}_y$$

Rq : j traduit un déphasage entre \vec{E}_t et \vec{E}_i , dû à la traversée de la lame.

• On peut alors faire le schéma suivant :



On constate que le champ transmis est symétrique du champ incident par rapport à l'axe Ox; en fait, si on s'intéresse à la **direction** de vibration des champs, il y a également symétrie par rapport à l'axe Oy.

• **Cas particuliers** : si le champ incident est parallèle ou perpendiculaire à l'axe optique (Δ), la direction de vibration du champ transmis lui est identique : on dit que les axes Ox et Oy sont les « **lignes neutres** » de la lame.

2) Il ne faut pas perdre de vue que les capteurs (œil humain, capteur C.C.D...) effectuent une « mesure » de l'intensité lumineuse sur des durées $t \gg T$, où T est la période de la vibration lumineuse ; dans le cas d'une polarisation circulaire, où il y a invariance par rotation autour de la direction de propagation, faire tourner l'analyseur sur lui-même n'engendre aucune modification d'intensité lumineuse transmise (loi de Malus).

Pour une lumière « naturelle », le détecteur recevra, pendant la durée t , un très grand nombre de trains d'ondes de polarisation elliptique, de petits et grands axes totalement décorrélés : statistiquement, aucune direction du plan de polarisation ne sera privilégiée et la rotation de l'analyseur n'entraînera également aucune variation d'éclairement.

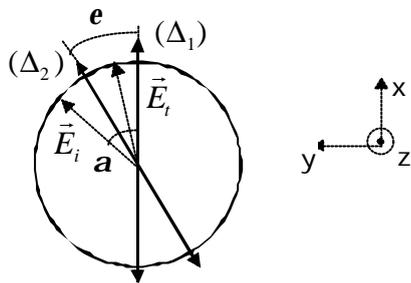
• Pour distinguer ces deux sources lumineuses, plaçons avant l'analyseur une lame quart-d'onde : dans le cas de la lumière naturelle, certaines composantes des trains d'ondes incidents vont se trouver déphasées de $p/2$ par rapport à d'autres, mais la distribution des directions de polarisation restera aléatoire \Rightarrow pas de modification de l'intensité lumineuse lors de la rotation de l'analyseur.

Dans le cas de la polarisation circulaire, nous avons vu en cours que la lame $1/4$ la transformait en polarisation rectiligne \Rightarrow cette fois, la rotation de l'analyseur engendrera des maximums et des minimums nuls de l'éclairement (loi de Malus).

3.1) Pour le champ transmis par la lame (1), il suffit de projeter le champ incident \vec{E}_i sur l'axe optique (Δ_1) de l'analyseur, c'est-à-dire sur Ox \Rightarrow on obtient pour l'amplitude : $E_1 = E_0 \cos a$

EXERCICE D' ORAL

- En ce qui concerne la plage (2), considérons le schéma ci-dessous :



Ici, \vec{E}_t est le champ transmis par la lame demi-onde, symétrique de \vec{E}_i par rapport à (Δ_2) .
Il fait donc un angle $\mathbf{a} - \mathbf{e}$ à "droite" de (Δ_2) et donc un angle $2\mathbf{e} - \mathbf{a}$ avec l'axe Ox.

⇒ l'amplitude transmise est alors :

$$E_2 = E_0 \cos(2\mathbf{e} - \mathbf{a})$$

3.2) L'éclairement étant proportionnel au carré de l'amplitude des champs, l'égalité de ces éclairements correspond à :

$$E_1^2 = E_2^2 \Rightarrow \cos^2 \mathbf{a} = \cos^2(2\mathbf{e} - \mathbf{a}) \Rightarrow \mathbf{a} = 2\mathbf{e} - \mathbf{a} + p\pi \quad p \in \mathbb{N} \quad (1), \text{ ou } \mathbf{a} = \mathbf{a} - 2\mathbf{e} + p\pi \quad (2)$$

- On élimine la solution (2) puisque \mathbf{e} est petit, mais non nul ; pour des angles non orientés, la relation (1) conduit à :

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{e}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\mathbf{a} = \mathbf{e} + p/2}$$

3.3) L'angle \mathbf{e} étant petit, $\cos^2 \mathbf{e}$ serait proche de 1 et l'éclairement important ⇒ la solution finalement retenue est :

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{e} + p/2}$$

- On fait tourner l'analyseur dans sa monture et lorsque les deux plages ont le même faible éclairement, on sait que la direction de polarisation de l'onde incidente est **perpendiculaire** à l'axe (Δ_2) : avec ce dispositif, l'œil peut comparer deux éclairements **simultanément**, sans faire appel à la mémoire visuelle, qui peut être trompeuse...